

12. Dimitrova S. D. Krivolineyny integral ot pochtі periodicheskikh i pochtі periodicheskikh po Levitanu funktsiy [Curvilinear integral of almost periodic and Levitan almost periodic functions]. *Visnyk Kharkivs'kogo universytetu. Seriya : Matematyka, prykladna matematyka i mekhanika* [Bulletin of the V.N.Karazin Kharkiv National University. Ser. : Mathematics, Applied Mathematics and Mechanics]. 2001, vol. 514, pp. 106–114.
13. Kadets M. I. Ob integrirovaniі pochtі-periodicheskoy funktsii so znacheniyami v prostranstve Banakha [On the integration of an almost-periodic function with values in a Banach space]. *Funktsional'nyy analiz i ego prilozheniya* [Functional analysis and its applications]. 1969, issue 3, pp. 71–74.
14. Boles Basit R. Obobshcheniye dvukh teorem M. I. Kadetsa o neopredelennom integrale abstraktnykh pochtі-periodicheskikh funktsiy [A generalization of two theorems by M. I. Kadets on the indefinite integral of abstract almost-periodic functions]. *Matem. Zametki* [Notes in mathematics]. 1971, vol. 9, no. 3, pp. 311–321.
15. Amerio L., Prouse G. *Almost-periodic functions and functional equations*. N.Y., Van Nostrand Reinhold Company, 1971. 184 p.
16. Zaidman S. *Almost Periodic Functions in Abstract Spaces*. London, Pitman Publ. Ltd., 1985. 138 p.
17. Lyubarskiy M. G. O neopredelennom integrale pochtі periodicheskoy po Levitanu funktsii [On the indefinite integral of a Levitan almost periodic function]. *Teoriya funktsiy, funktsional'nyy analiz i ikh prilozheniya* [Theory of functions, functional analysis and their applications]. Kharkov, Izd-vo KhGU Publ., 1972, vol. 16, pp. 139–150.
18. Arzela C. Intorno alla continuità della somma di 'infinità di funzioni continue. *Rend. R. Accad. Sci. Istit. Bologna*, (1883–1884), pp. 79–84.
19. Arzela C. Sulle serie di funzioni. *Mem. R. Accad. Sci. Ist. Bologna*, (1899–1900), Serie 5 (8), pp. 31–186 and 701–744.
20. Sirvint G. Weak compactness in Banach spaces. *Studia Mathematica*. 1957, no. 6 (1957), pp. 71–94.
21. Aleksandrov P. S. *Vvedeniye v teoriyu mnozhestv i obshchuyu topologiyu* [Introduction to the set theory and general topology]. Moscow, Nauka Publ., 1977. 368 p.
22. Levitan B. M., Zhikov V. V. *Pochtі periodicheskie funktsii i differentsial'nyye uravneniya* [Almost periodic functions and differential equations]. Moscow, MGU Publ., 1978. 205 p.
23. N'Guérékata G. M. *Almost Automorphic and Almost Periodic Functions in Abstract Spaces*. Springer, 2001. 148 p.

Поступила (received) 27.10.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Дімітрова-Бурлаєнко Світлана Дімова (Димитрова-Бурлаєнко Светлана Димова, Dimitrova-Burlayenko Svetlana Dimova) – кандидат педагогічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-87; e-mail: s.dimitrovaburlayenko@gmail.com.

UDC 629.114.2.073.286

A. P. KOZHUSHKO, A. L. GRIGORIEV, B. I. KALCHENKO

MATHEMATICAL MODELING OF FREE LIQUID SURFACE MOTION IN TRANSPORTING AGRICULTURAL SEMITRAILER TANKS

Mathematical modeling of the oscillatory process of the longitudinal motion of a machine-tractor unit with a semitrailer tank equipped with a hydraulic liquid mixer is developed. The redistribution of liquid in the tank by the characteristics of Rayleigh surface waves is taken into consideration. The influence of the mixer operation on the total vibrational motion of the liquid in the tank is given. The spectrum of frequencies of free mechanical oscillations is determined, and the corresponding forms of interconnected movements of the elements of a tractor and a tank are analyzed.

Key words: wheeled tractor, tank, hydraulic mixer, free liquid surface, oscillations, resonant frequencies, eigenmode, semitrailer tank.

А. П. КОЖУШКО, О. Л. ГРИГОР'ЄВ, Б. І. КАЛЬЧЕНКО

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ РІДИНИ ПРИ ТРАНСПОРТУВАННІ СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ НАПІВПРИЧІПНИХ ЦИСТЕРН

Виконано математичне моделювання коливального процесу позовжнього руху машинно-тракторного агрегату з напівпричіп-цистерною, яка має гідравлічний змішувач рідини. Для перерозподілу рідини у цистерні, що викликаний коливаннями оболонки, використано характеристики поверхневих хвиль Релея. Наведено вплив роботи змішувача на загальний коливальний рух рідини в цистерні. Знайдено спектр частот вільних механічних коливань, а також проаналізовано відповідні форми взаємопов'язаних рухів елементів трактора та цистерни.

Ключові слова: колісний трактор, цистерна, гідравлічний змішувач, вільна поверхня рідини, коливання, резонансні частоти, власна форма, напівпричіпна цистерна.

А. П. КОЖУШКО, А. Л. ГРИГОРЬЕВ, Б. И. КАЛЬЧЕНКО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЖИДКОСТИ ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПОЛУПРИЦЕПНЫХ ЦИСТЕРН

Выполнено математическое моделирование колебательного процесса продольного движения машинно-тракторного агрегата с полуприцеп-цистерной, которая имеет гидравлический смеситель жидкости. Для перераспределения жидкости в цистерне, вызванного колебаниями оболочки, использованы характеристики поверхностных волн Рэлея. Показано влияние работы смесителя на общее колебательное движение жидкости в цистерне. Найден спектр частот свободных механических колебаний, а также проанализированы соответствующие формы взаимосвязанных движений элементов трактора и цистерны.

Ключевые слова: колесный трактор, цистерна, гидравлический смеситель, свободная поверхность жидкости, колебания, резонансные частоты, собственная форма, полуприцепная цистерна.

© A. P. Kozhushko, A. L. Grigoriev, B. I. Kalchenko, 2019

Вісник Національного технічного університету «ХПІ». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях, № 22 (1347) 2019.

Introduction. Transport work in the agricultural sector implies the function of transporting solid or liquid cargoes. Particular attention should be given to liquid cargoes transporting, since the liquid oscillations in the tank can cause a shift of the trailer unit's center-of-mass, which ultimately will result in deterioration of technical, economic and operational indicators of the machine-tractor unit, as well as traffic safety violations.

Nowadays trailer- and semitrailer tanks are used for transporting liquid cargo [1]. The difference is in their functionality. The more widely used aggregate that transports liquid cargo is a semitrailer tank. In the design of such tank, a hydraulic mixer can be found which performs the function of mixing the liquid in the process of a machine-tractor unit driving, thereby producing an additional stimulating effect on the liquid oscillations in the tank. That's why the mathematical modeling of this phenomenon is relevant.

Analysis of previous results. Smoothness of the machine-tractor unit motion are studied in papers [2 – 7], which are aimed at solving the problem of the influence of the oscillating process on technical, economic and ergonomic indicators in a motion modeling process. Nevertheless, the motion of machine-tractor unit with a tank is not considered there. Thus the effect of variable mass on the aggregate as a whole has not been investigated.

A number of scientific papers [8 – 10] study the free and forced liquid oscillations in a tank with a free surface. The researches conducted aim to solve the problems of liquid oscillations by means of mathematical modeling of the process of mass overflowing in tanks (in particular, in fuel tanks) of carrier rockets, which will make it possible to describe and calculate rocket indicators more accurately. The issue of studying free liquid surface is outlined in scientific papers [11 – 12] dealing with transport engineering.

Purpose and objectives of the paper. The above analysis indicates that the materials of this work are relevant. Therefore, the aim of the work is to carry out dynamic analysis of the linearized model by mathematical modeling of the longitudinal motion of a machine-tractor unit with semitrailer tanks, one of which has a hydraulic mixer. The research objective is to analyze their longitudinal eigenmodes of oscillation depending on the level of liquid in the tank, as well as to identify groups of forced oscillations which require a deep mathematical analysis of the nonlinear model of a machine-tractor unit.

Mathematical model. Based on the results obtained in [11], it is known that liquid oscillations in a tank are described using mathematical modeling of Rayleigh surface waves, i.e. partial derivatives. At the same time, the general mathematical description of the machine-tractor unit is based on the ordinary differential equations. The principle of combining these mathematical models is summarized in scientific paper [12, 13], in which the author presents a general discrete model and suggests calculating liquid oscillations by introducing partial oscillators, which have their specific size and weight.

A linear (linearized) model is a model that is devoid of a dynamic component (for example, the longitudinal forces, the coefficients of coupling of the wheels with the road are equal to a constant), but takes into account an interaction between the links of the mechanical system. Thus, it is appropriate to simulate the linear model for studying the properties of the underlying system. The general equation of the oscillating process of a machine-tractor unit with a semitrailer tank (a simplified scheme is shown in Fig. 1) has the following form:

$$M \cdot \ddot{\vec{Y}} + F \cdot \dot{\vec{Y}} + C \cdot \vec{Y} = \vec{0}; \quad (1)$$

$$\vec{Y} = \left(y_T, y_1^M, y_2^M, y_K, y_C, \varphi_T, \varphi_K, y_{II}, y_3^M, y_4^M, \varphi_{II}, x_1^P, x_2^P, x_3^P, x_{II}, x_T, x_K, x_T^M, x_{II}^M, x_{rot}^C \right)^T, \quad (2)$$

where M is a diagonal inertial matrix composed of masses and moments of inertia; F is the damping matrix; C is the stiffness matrix; $y_T, y_1^M, y_2^M, y_K, y_C$ describe the vertical motion of the frame, front and rear axles, cabs, tractor seats; φ_T, φ_K take into account the tilt angle of the tractor and cabin; y_{II}, y_3^M, y_4^M are the vertical motion of the platform, the first and second axles of a trailer unit; φ_{II} is the tilt angle of the trailer unit; x_1^P, x_2^P, x_3^P describe the motion of the liquid that participates in the oscillation process; x_T, x_{II} stand for the longitudinal motion of the tractor and the trailer unit; x_K is the longitudinal motion of a cab with a seat; x_T^M, x_{II}^M describe the longitudinal motion of the contact point between the road and the tires on the front wheels of the tractor and the trailer unit; x_{rot}^C is the longitudinal motion of the rotor shaft of the hydraulic mixer. The component x_{rot}^C is taken into consideration when modeling a unit with a hydraulic mixer only. Thus, when comparing the forms of the system's natural oscillations we have a $[1 \times 19]$ vector-column for a machine-tractor unit with a simple semitrailer tank, and a $[1 \times 20]$ one for a unit with a semitrailer tank containing a hydraulic mixer.

When solving equation (1), the matrix F can be neglected since its influence on the resonant zones is not significant. Then equation (1) can be reduced to the following form:

$$M^{1/2} \cdot d^2(M^{1/2} \cdot \vec{Y})/dt^2 + C \cdot M^{-1/2} (M^{1/2} \cdot \vec{Y}) = \vec{0}.$$

Then

$$d^2\vec{Y}^*/dt^2 + C^* \cdot \vec{Y}^* = \vec{0}, \text{ where } C^* = M^{-1/2} \cdot C \cdot M^{-1/2} > 0, \vec{Y}^* = M^{1/2} \cdot \vec{Y}.$$

From the above it follows that the eigenfrequencies ω can be determined from the equation:

$$\det(\omega^2 I - C^*) = 0.$$

The stiffness matrices C for a machine-tractor unit with a semitrailer tank are given in the block form:

$$C = \begin{bmatrix} [C_T] & [\Theta_1] & [C_{TX}^T] \\ [\Theta_1^T] & [C_\Pi] & [C_{\Pi X}^T] \\ [C_{TX}] & [C_{\Pi X}] & [C_X] \end{bmatrix} + C_y \cdot \begin{bmatrix} [C_\Psi^T] & [C_{\Pi\Pi}] & [\Theta_2^T] \\ [C_{\Pi\Pi}^T] & [C_\Pi^\Psi] & [\Theta_2^T] \\ [\Theta_2] & [\Theta_2] & [\Theta_3] \end{bmatrix} + R_x \cdot \begin{bmatrix} [C_R^T] & [\Theta_1] & [\Theta_2^T] \\ [\Theta_1^T] & [C_\Pi^R] & [\Theta_2^T] \\ [\Theta_2] & [\Theta_2] & [\Theta_3] \end{bmatrix}; \quad (3)$$

$$C_T = \begin{bmatrix} \sum_{j=1,2,5,6} c_j^a & -c_1^a & -c_2^a & -\sum_{j=5,6} c_j^a & 0 & c_6^a l_6 - c_5^a l_5 + G_T \psi_T & c_5^a l_5^* - c_6^a l_6^* \\ -c_1^a & c_1^a + c_1^u & 0 & 0 & 0 & -c_1^u L_1 - G_T^1 \psi_T & 0 \\ -c_2^a & 0 & c_2^a + c_2^u & 0 & 0 & c_2^u L_2 - G_T^2 \psi_T & 0 \\ -\sum_{j=5,6} c_j^a & 0 & 0 & \sum_{j=5,6,7} c_j^a & -c_7^a & c_5^a l_5 - c_6^a l_6 & c_6^a l_6^* - c_5^a l_5^* \\ 0 & 0 & 0 & -c_7^a & c_7^a & 0 & c_7^a l_7^* \\ c_6^a l_6 - c_5^a l_5 + G_T \psi_T & -c_1^u L_1 - G_T^1 \psi_T & c_2^u L_2 - G_T^2 \psi_T & c_5^a l_5 - c_6^a l_6 & 0 & \sum_{j=1,2} c_j^a L_j^2 + \sum_{j=5,6} c_j^a l_j^2 + c_x^0 H_T^2 + c_T^u h_T^2 + G_T h_T & -\sum_{j=5,6} c_j^a l_j^* l_j \\ c_5^a l_5^* - c_6^a l_6^* & 0 & 0 & c_6^a l_6^* - c_5^a l_5^* & c_7^a l_7^* & -\sum_{j=5,6} c_j^a l_j^* l_j & \sum_{j=5,6,7} c_j^a l_j^{*2} + c_x^k h_K^2 + G_K h_K \end{bmatrix};$$

$$C_\Pi = \begin{bmatrix} \sum_{j=3,4} c_j^a & -c_3^a & -c_4^a & G_\Pi \psi_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ -c_3^a & c_3^a + c_3^u & 0 & -c_3^u L_3 - G_\Pi^3 \psi_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ -c_4^a & 0 & c_4^a + c_4^u & c_4^u L_4 - G_\Pi^4 \psi_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ G_\Pi \psi_\Pi & -c_3^u L_3 - G_\Pi^3 \psi_\Pi & c_4^u L_4 - G_\Pi^4 \psi_\Pi & \sum_{j=3,4} c_j^u L_j^2 + \sum_{k=1}^3 (c_k^p h_k^2 + G_k^p h_k) + c_x^0 H_\Pi^2 + c_\Pi^u h_\Pi^2 + G_\Pi h_\Pi & -c_1^p h_1 - G_1^p & -c_2^p h_2 - G_2^p & -c_3^p h_3 - G_3^p \\ 0 & 0 & 0 & -c_1^p h_1 - G_1^p & c_1^p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2^p h_2 - G_2^p & 0 & c_2^p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3^p h_3 - G_3^p & 0 & 0 & c_3^p \end{bmatrix};$$

$$C_T^\Psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l_T & 0 & 0 & 0 & 0 & l_T^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad C_\Pi^\Psi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -l_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l_\Pi & 0 & 0 & l_\Pi^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad C_{\Pi\Pi} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & l_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -l_T & 0 & 0 & l_T l_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C_T^R = \text{diag}(0, 0, 0, 0, 0, l_T, 0); \quad C_\Pi^R = \text{diag}(0, 0, 0, l_\Pi, 0, 0, 0);$$

$$C_X = \begin{bmatrix} \left((1-f_{KR}) \sum_{k=1}^3 c_k^p + c_x^\partial + c_\Pi^u \right) & -c_x^\partial & 0 & 0 & -c_\Pi^u & 0 \\ -c_x^\partial & c_x^\partial + c_x^k + c_T^u & -c_x^k & -c_T^u & 0 & 0 \\ 0 & -c_x^k & c_x^k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_T^u & 0 & c_T^u + c_R & 0 & -c_R \\ -c_\Pi^u & 0 & 0 & 0 & c_\Pi^u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_R & 0 & c_R + f_{KR} \cdot \sum_{k=1}^3 c_k^p \end{bmatrix};$$

$$C_{TX} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_x^\partial H_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_K - c_x^\partial H_T + c_T^u h_T & -c_x^k h_K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -G_K & c_x^k h_K \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_T^u h_T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$C_{\Pi X} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & (1-f_{KR}) \cdot \sum_{j=1}^3 (c_j^p h_j + G_j^p) - G_y - c_x^\partial H_\Pi + c_\Pi^u h_\Pi & -c_1^p \cdot (1-f_{KR}) & -c_2^p \cdot (1-f_{KR}) & -c_3^p \cdot (1-f_{KR}) \\ 0 & 0 & 0 & c_x^\partial H_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_\Pi^u h_\Pi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{KR} \cdot \sum_{j=1}^3 (c_j^p h_j + G_j^p) & -c_1^p \cdot f_{KR} & -c_2^p \cdot f_{KR} & -c_3^p \cdot f_{KR} \end{bmatrix}$$

where C_T , C_T^Ψ , C_T^R , C_Π , C_Π^Ψ , C_Π^R , $C_{\Pi\Pi}$ are the matrices of the stiffness coefficients for the tractor, tank and aggregate as a whole and have the same dimensions $[7 \times 7]$; C_X is the coupling matrix of longitudinal displacements (of dimension $[6 \times 6]$); Θ_1 , Θ_2 , Θ_3 are zero matrices of dimensions $[7 \times 7]$, $[6 \times 7]$ and $[6 \times 6]$, indicating the absence of a power connection between the corresponding groups of elements; C_{TX} , $C_{\Pi X}$ are non-square matrices of stiffness coupling having dimension $[6 \times 7]$.

It is necessary to take into consideration the motion of the free liquid surface in a tank with a hydraulic mixer while solving the stiffness matrix. Thereby the equivalent level of liquid h is to be computed as (see [11, 12]):

$$h = S / \left(2 \cdot \sqrt{H \cdot (2R_{\Pi} - H)} \right); \quad (4)$$

$$S = \begin{cases} R_{\Pi}^2 \cdot \arcsin(l/R_{\Pi}) - l \cdot (R_{\Pi} - H) & \text{if } H < R_{\Pi}; \\ \pi \cdot R_{\Pi}^2 - R_{\Pi}^2 \cdot \arcsin(l/R_{\Pi}) - l \cdot (R_{\Pi} - H) & \text{if } H \geq R_{\Pi}; \end{cases} \quad (5)$$

$$l = \sqrt{H \cdot (2R_{\Pi} - H)}, \quad (6)$$

where S is the area of the free liquid surface, which corresponds to the known height of the liquid H in the tank; R_{Π} is the radius of the tank.

For modeling the motion of the free liquid surface in a tank with a hydraulic mixer, the equivalent liquid level h_{rot} is equal to

$$h_{rot} = H - H_{rot}. \quad (7)$$

In addition to the above

$$S_{rot} = \begin{cases} R_{rot}^2 \cdot \arcsin(l/R_{rot}) - l \cdot (R_{rot} - H) & \text{if } H < R_{rot}; \\ \pi \cdot R_{rot}^2 - R_{rot}^2 \cdot \arcsin(l/R_{rot}) - l \cdot (R_{rot} - H) & \text{if } H \geq R_{rot}; \end{cases} \quad (8)$$

where H_{rot} is the distance from the bottom of the tank to the axis of the mixer shaft; S_{rot} is the area of the free liquid surface involved in the mixer operation process; R_{rot} is the radius of the rotary blades of the mixer.

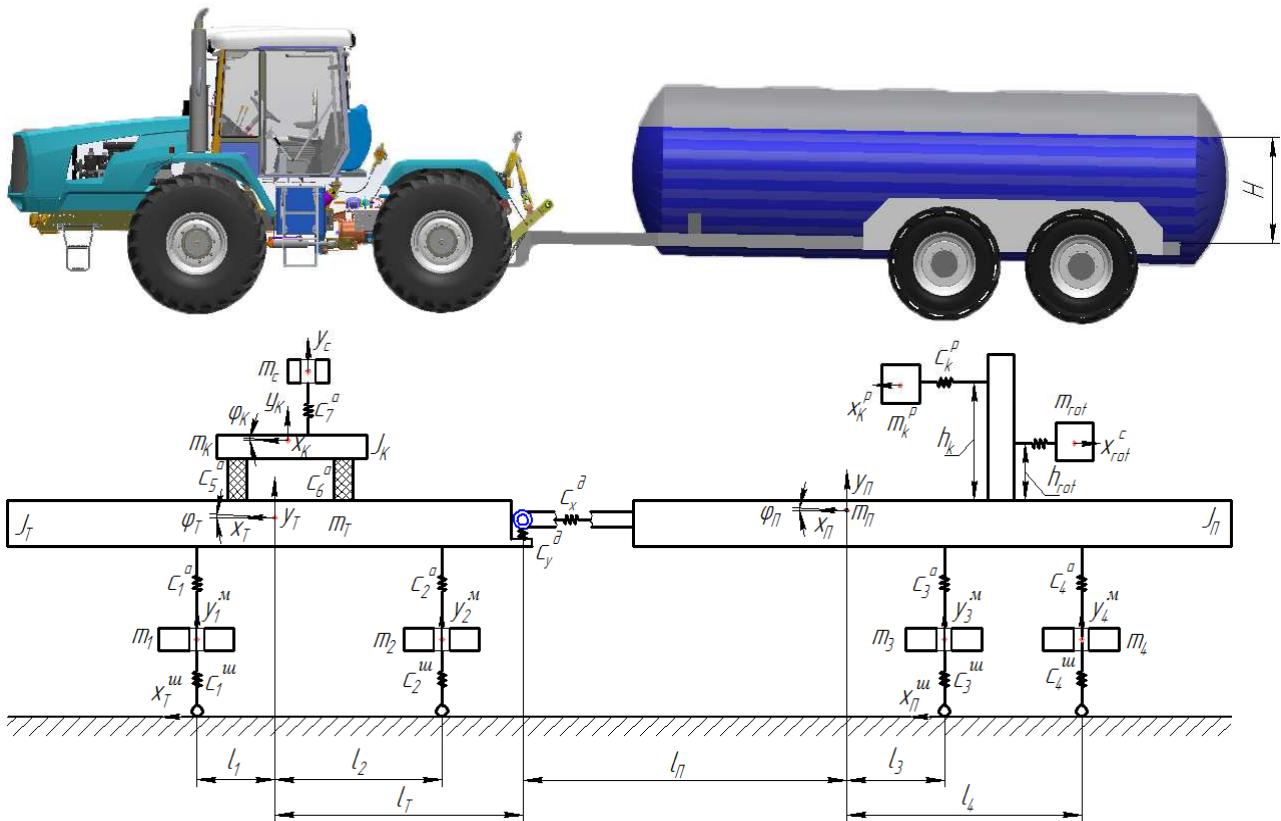


Fig. 1 – Simplified scheme of machine-tractor unit with semitrailer tank.

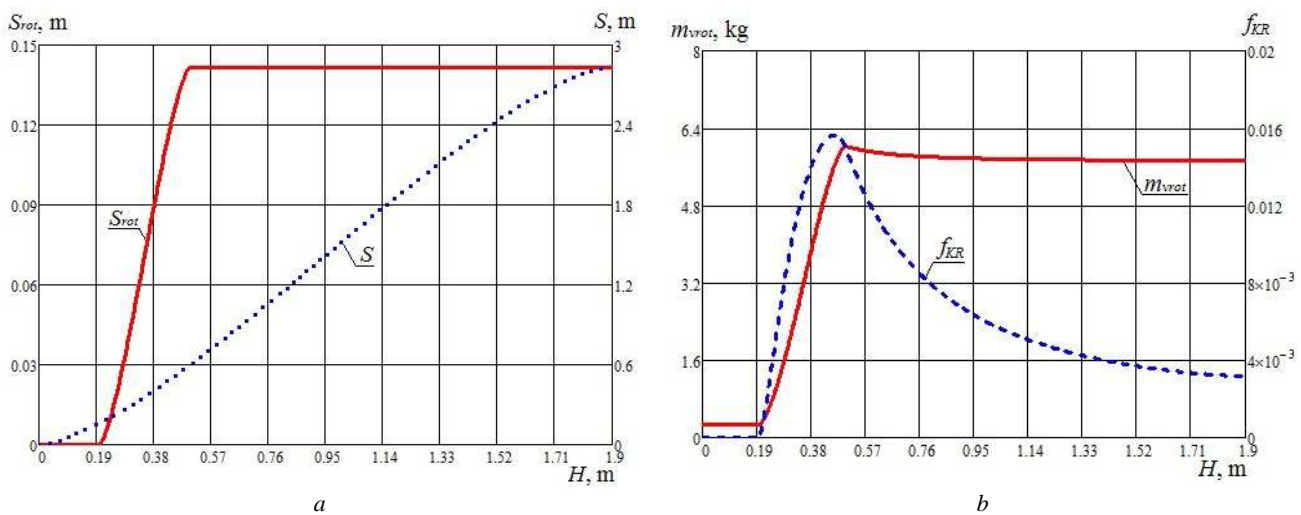


Fig. 2 – Dependences describing the impact of the hydraulic mixer on the tank oscillating system:
a – areas of free liquid surfaces; b – reduced weight rotor and the impact factor of the mixer.

The rotor mass m_{vrot} and the coefficient of the influence of the mixer operation on the liquid oscillations f_{KR} depend on the level of the liquid height:

$$J_{rot} + \left(1 + \left(S_{rot}/S\right)^2\right) \cdot \left(S_{rot} \cdot L \cdot R_{rot}^2 \cdot \rho\right) / \cos(\alpha_{rot} \cdot \pi/180)^2 = m_{vrot} \cdot r_K^2 \cdot i_{rot}^2; \quad (9)$$

$$(0.7 S_{rot}/S) \cdot R_{rot} \cdot \tan(\alpha_{rot} \cdot \pi/180) = f_{KR} \cdot r_K \cdot i_{rot}, \quad (10)$$

where J_{rot} is the inertia moment of the mixer's rotor ($J_{rot} = 0.5 \cdot N_{rot} \cdot m_{rot} \cdot R_{rot}^2$); N_{rot} is the number of mixer shafts; m_{rot} is the mixer mass; L is the semilength of the tank; ρ stands for the liquid density; α_{rot} denotes the angle of blades separation on the mixer shaft; r_K is the radius of wheels of the semitrailer tank; i_{rot} is the gear ratio between the actuator and the mixer shaft.

Thereby, a mathematical setting is developed allowing to model mathematically the motion of the free liquid surface for a machine-tractor unit with a semitrailer tank performing transport work.

Simulation results. The mathematical model developed is used for simulating operation of a 4×4 base wheeled tractor with a broken frame and a nominal traction effort of 40 kN.

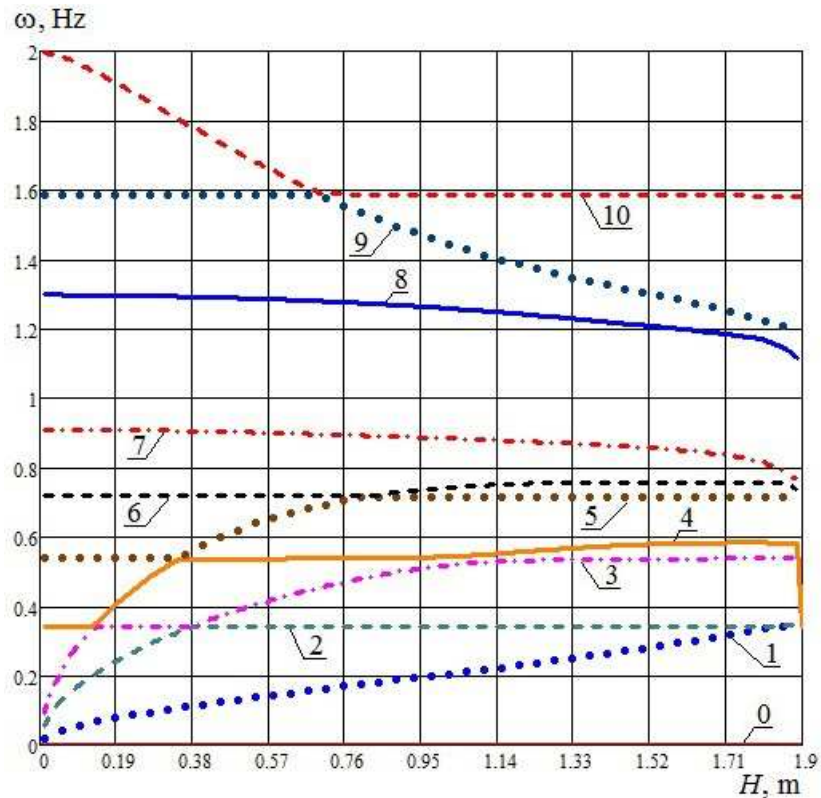


Fig. 3 – The dependence of the eigenfrequencies on the level of the liquid: 1 – 10 – harmonic number.

The semitrailer unit is represented by a tank of volume 20 m^3 and overall dimensions $7 \times 1.9 \text{ m}$. The hydraulic mixer is distanced 0.2 m from the bottom of the tank.

It is known that the resonant frequencies are divided into groups. Simulating the linear model with a mixer, we are interested in groups that affect human health (0 – 2 Hz). The simulation results are presented in Fig. 3.

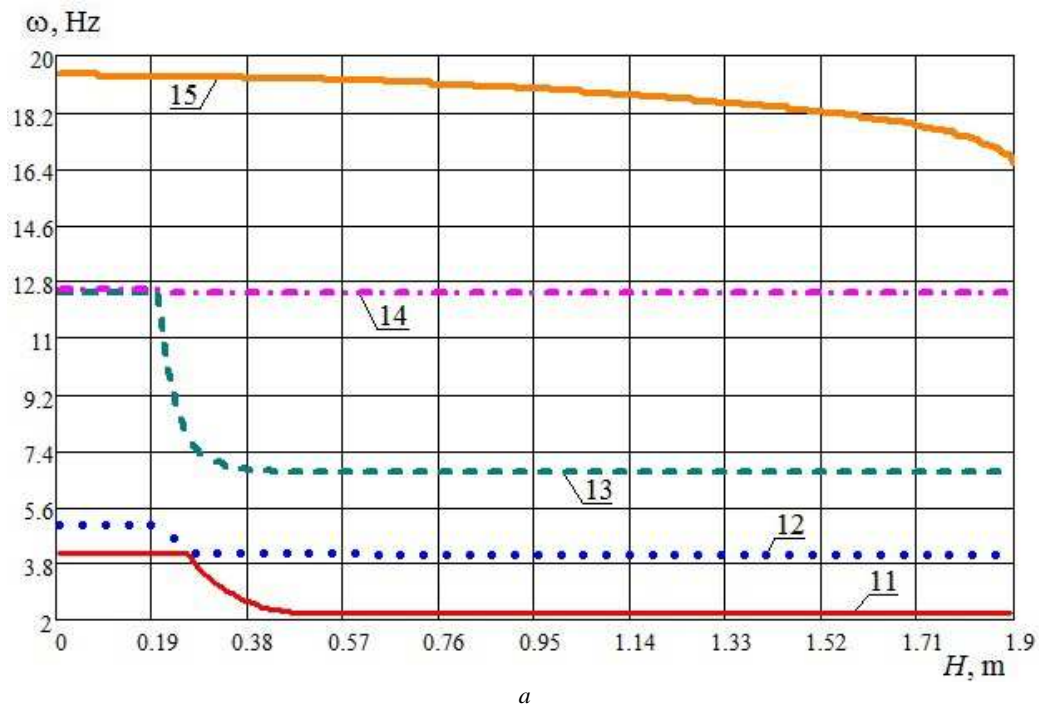
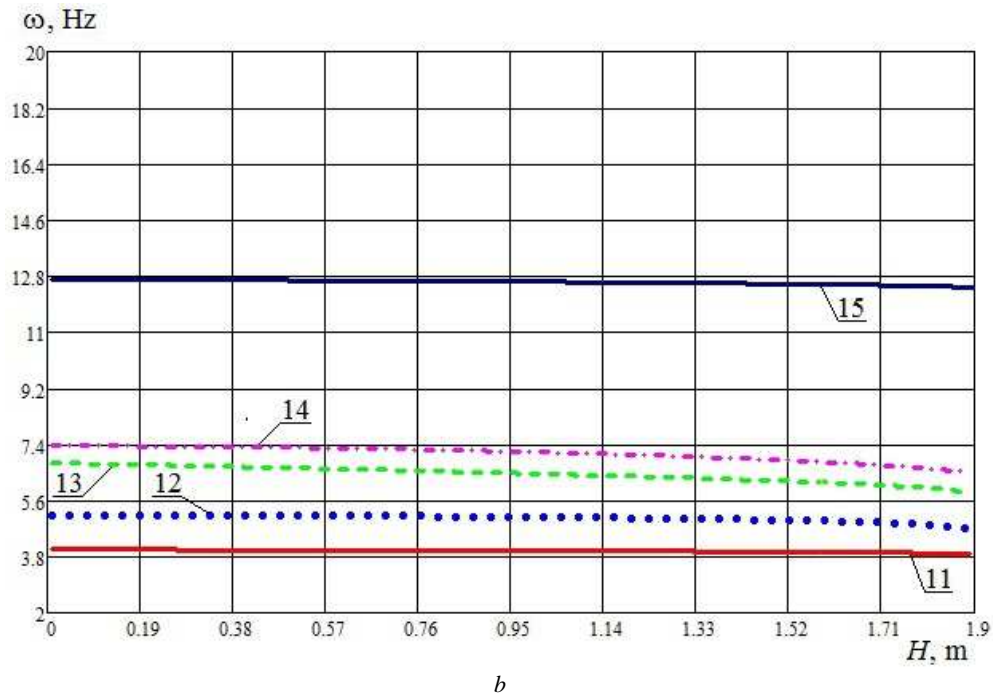


Fig. 4 – Resonant frequencies middle group: a – semitrailer tank.

Fig. 4 – Resonant frequencies middle group: b – semitrailer tank with mixer.

In [11] it was determined that the maximum mass redistribution in the tank is observed at $H = 1.5$ m (if $H_{\max} = 1.9$ m). Therefore, it would be appropriate to analyze the component parts to determine the resonant frequencies (Table 1). Evaluating the results of resonant frequencies modeling for a semitrailer tank with and without a mixer, it was determined that its presence significantly influences the group of mid-frequencies (2 – 20 Hz), the research results are presented in Fig. 4.

Table 1 – Resonant frequencies that affect human health

Number	3	4	5	6	7	8	9	10
ν	0,54	0,58	0,72	0,76	0,87	1,22	1,32	1,58
y_T	-0,01	0	0,14	0,01	0,17	0,67	-0,46	0,08
y_1^M	0,01	0,02	-0,03	-0,04	-0,21	0,01	-0,07	-0,04
y_2^M	-0,01	0	0,06	0,01	0,08	0,28	-0,19	0,04
y_K	-0,01	0	0,97	-0,05	-0,14	-0,13	0,07	-0,01
y_C	-0,02	0,01	-0,15	0	0	0	0	0,02
φ_T	0,03	0,07	-0,12	-0,12	-0,64	-0,18	-0,03	-0,13
φ_K	-0,06	0,04	-0,02	-0,03	-0,17	-0,09	-0,02	0,98
y_{II}	0,01	0,02	-0,02	-0,06	-0,41	0,6	0,55	-0,01
y_3^M	0	0,01	-0,01	-0,01	-0,1	0,15	0,13	0
y_4^M	0	0,01	-0,01	-0,01	-0,1	0,15	0,13	0
φ_{II}	-0,02	-0,08	0,03	0,11	0,47	-0,02	0,63	0,1
x_1^P	0,05	0,01	-0,01	-0,02	-0,1	0	-0,05	-0,01
x_2^P	-0,29	-0,94	-0,01	-0,02	-0,1	0	-0,04	0
x_3^P	-0,03	0,02	0,03	0,98	-0,18	0	-0,03	0
x_{II}	-0,12	0,13	0	-0,04	0,08	0	0,05	0
x_T	-0,1	0,12	0	-0,04	0,04	0	0,01	-0,01
x_K	0,93	-0,26	0,01	0,02	0,02	0	0	0,07
x_T^M	-0,05	0,06	0	-0,02	0,02	0	0	-0,01
x_{II}^M	-0,02	0,02	0	-0,01	0,02	0	0,02	0
x_{rot}^C	-0,08	0,08	0	-0,03	0,03	0	0	-0,01

Analyzing the operation of a hydraulic mixer, it should be noted that it has the maximum impact at the height of liquid $H = 0,45$ m, which can be seen in Fig. 2. The influence of the mixer operation is given by the coefficient value f_{KR} (Fig. 2b).

Evaluating the value of harmonic components (Table 1), harmonics no. 6, 7 are the most important for a machine-tractor unit with a semitrailer tank, since they stand for a rather close connection between cabin vibrations that are harmful for human health and liquid motions in a tank. As it is shown in Fig. 4, the availability of a mixer in the tank impacts the mid frequencies (harmonics no. 11 – 15), which depend on the stiffness indicators of the mechanical system.

The interaction of harmonics is of particular interest and requires further studies (Figs. 3, 4), since they intersect, which indicates the peculiarity of the motion of spectrum of the bundles of linear operators [13].

Conclusions. The linear model of longitudinal oscillations of a wheeled tractor with a semitrailer tank equipped with a hydraulic mixer is presented. The research results of liquid redistribution in the tank are taken into consideration by the analytical dependences for the characteristics of Rayleigh surface waves. The linear model allows analyzing the eigenfrequencies (resonant frequencies) by studying the forms of motions of the oscillatory system components which amplitudes are normalized by their contribution to the total kinetic energy of oscillations.

Bibliography

1. Кожушко А. П. Аналіз конструктивних особливостей причіпних та напівпричіпних цистерн у складі машинно-тракторного агрегату // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Нові рішення в сучасних технологіях. – Харків: НТУ «ХПІ». – 2019. – № 5 (1330). – С. 34 – 40. – doi:10.20998/2413-4295.2019.05.05.
2. Singh G. K. Effect of whole-body vibration on vehicle operators: a review // International Journal of Science and Research. – 2014. – № 3 (7). – P. 320 – 323.
3. Servadio P., Marsili A., Belfiore N. P. Analysis of driving seat vibrations in high forward speed tractors // Biosystems engineering. – 2007. – № 97 (2). – P. 171 – 180. – doi: 10.1016/j.biosystemseng.2007.03.004.
4. Miao M., Wang Z. H., Gao S. D., Liu H. F., Mou J. J. Hydromechatronically-integrated simulation on tractor suspension systems // Chinese Journal of Construction Machinery. – 2012. – № 10 (3). – P. 286 – 290.
5. Kotliar A., Gasanov M., Basova Y., Panamariova O., Gubskiy S. Ensuring the reliability and performance criterias of crankshafts // Diagnostyka. – 2019. – 20 (1). – P. 23 – 32. – doi: 10.29354/diag/99605.
6. Кальченко Б. І., Ребров О. Ю., Кожушко А. П., Мамонтов А. Г. Плавність руху як складова динаміки трактора : монографія. – Харків : ФОП Панов А.М., 2018. – 164 с.
7. Кальченко Б. І., Чернявський І. С., Кожушко А. П. Підхід до визначення навантаженості трансмісії колісного трактора при впливі нерівностей поверхні // Технічний сервіс агропромислового, лісового та транспортного комплексів. – 2017. – № 8. – С. 49 – 54.
8. Дьяченко М. И., Орлов В. В., Темнов А. Н. Колебания жидкого топлива в цилиндрических и конических ёмкостях // Наука и образование : научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 2013. – №. 11. – С. 175 – 192.
9. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Изд. 5-е, переработанное. – М. : Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1978. – 736 с.
10. Hung R. J., Pan H. L., Leslie F. W. Fluid system angular momentum and moment fluctuations driven by gravity gradient or gravity jitter in micro-gravity // J. Flight Sci. Space Rex 1994. – 1994. – № 18. – P. 195 – 202.
11. Кожушко А. П., Григор'єв О. Л. Математичне моделювання низькочастотних коливань в'язкої рідини в горизонтальній ємності з вільною поверхнею // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – № 3 (1279). – С. 41 – 51.
12. Кожушко А. П., Григор'єв О. Л. Моделювання пов'язаних коливань колісного трактора та цистерни з рідиною на прямому шляху зі складним рельєфом // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2018. – № 27 (1303). – С. 34 – 61.
13. Кожушко А. П., Набока О. О., Григор'єв О. Л. Спектральні ефекти та теореми про властивості пучка симетричних матриць в задачах динаміки складних механічних систем // Вісник НТУ «ХПІ». Серія : Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків : НТУ «ХПІ», 2019. – № 8 (1333). – С. 214 – 223.

References (transliterated)

1. Kozhushko A. P. Analiz konstruktivnykh osoblyvostey prychipnykh ta napivprychipnykh tsystern u skladi mashynno-traktornogo agregatu [Analysis of design features of trailer and semitrailer tanks as parts of the machine-tractor unit]. *Visnyk NTU «KhPI». Seriya : Novi rishennya v suchasnykh tekhnologiyakh* [Bulletin of NTU "KhPI". Series: New solutions in modern technologies]. 2019, vol. 5 (1330), pp. 34–40, doi:10.20998/2413-4295.2019.05.05.
2. Singh G. K. Effect of whole-body vibration on vehicle operators: a review. *International Journal of Science and Research*. 2014, vol. 3(7), pp. 320–323.
3. Servadio P., Marsili A., Belfiore N. P. Analysis of driving seat vibrations in high forward speed tractors. *Biosystems engineering*. 2007, vol. 97(2), pp. 171–180, doi: 10.1016/j.biosystemseng.2007.03.004.
4. Miao M., Wang Z. H., Gao S. D., Liu H. F., Mou J. J. Hydromechatronically-integrated simulation on tractor suspension systems. *Chinese Journal of Construction Machinery*. 2012, vol. 10 (3), pp. 286–290.
5. Kotliar A., Gasanov M., Basova Y., Panamariova O., Gubskiy S. Ensuring the reliability and performance criterias of crankshafts. *Diagnostyka*. 2019, vol. 20 (1), pp. 23–32, doi: 10.29354/diag/99605.
6. Kal'chenko B. I., Rebrov O. A. Y., Kozhushko A. P., Mamontov A. G. *Plavnist' rukhu yak skladova dynamiky traktora : monografiya* [Smoothness of motion as a component of tractor dynamics: monograph]. Kharkov, FOP Panov A.M. Publ., 2018. 164 p.
7. Kal'chenko B. I., Chernyavskiy I. S., Kozhushko A. P. Pidkhyd do vyznachennya zavantazhenosti transmissiyi kolisnogo traktora pry vplyvi nerivnostey poverkhni [Approach to determination of load of transmission of a wheeled tractor under the influence of surface irregularities]. *Tekhnichnyy servis agropromyslovogo, lisovogo ta transportnogo kompleksiv* [Technical service of agro-industrial, forestry, and transport complexes]. 2017, vol. 8, pp. 49–54.
8. Dyachenko M. I., Orlov V. V., Temnov A. N. Kolebaniya zhidkogo topliva v tsilindricheskikh i konicheskikh emkostyakh [Oscillations of liquid fuel in cylindrical and conical tanks]. *Nauka i obrazovanie : nauchnoe izdanie MGTU im. N. E. Bauman* [Science and education: scientific publication of MSTU N.E. Bauman]. 2013, vol. 11, pp. 175–192.
9. Loitsyanskiy L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza. Izd. 5-e, pererabotannoe* [Mechanics of fluid and gas. Ed. 5th, revised]. Moscow, Glavnaya re-

- daktsiya fiziko-matemeticheskoy literatury izdatel'stva "Nauka" Publ., 1978. 736 p.
10. Hung R. J., Pan H. L., Leslie F. W. Fluid system angular momentum and moment fluctuations driven by gravity gradient or gravity jitter in micro-gravity. *J. Flight Sci. Space Res* 1994. 1994, vol. 18, pp. 195–202.
 11. Kozhushko A. P., Grigoriev A. L. Matematychnye modelyuvannya nyz'kochastotnykh kolyvan' v'yazkoyi ridyny v goryzontal'niy yemnosti z vil'noyu poverkhneyu [Mathematical modeling of low-frequency oscillations of viscous fluid in horizontal container with free surface]. *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya : Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series : Mathematical modeling in engineering and technologies]. Kharkiv, NTU «KhPI» Publ., 2018, vol. 3 (1279), pp. 41–51.
 12. Kozhushko A. P., Grigoriev A. L. Modelyuvannya pov'yazanykh kolyvan' kolisnoho traktora ta tsysterny z ridynoyu na pryamomu shlyakhu zi skladnym rel'yefom [Modeling of coupled oscillations of wheeled tractors and tanks with liquid on a straight road with difficult terrain]. *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya : Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the National Technical University «KhPI». Series : Mathematical modeling in engineering and technology]. 2018, vol. 27 (1303), pp. 34–61.
 13. Kozhushko A. P., Naboka O. O., Grigoriev A. L. Spektral'ni efekty ta teoremy pro vlastyivosti puchka symetrychnykh matryts v zadachakh dynamiky skladnykh mekhanichnykh system [Spectral effects and theorems on symmetric matrix bundle spectrum properties in composite mechanical system dynamical problems]. *Visnyk NTU «KhPI»*. Seriya : Matematychnye modelyuvannya v tekhnitsi ta tekhnologiyakh [Bulletin of the National Technical Univer "KhPI". Series : Mathematical modeling in engineering and technology]. 2019, vol. 8 (1333), pp. 214–223.

Received (надійшла) 05.09.2019

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

Кожушко Андрій Павлович (Кожушко Андрей Павлович, Kozhushko Andriy Pavlovych) – кандидат технічних наук, доцент, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; e-mail: Andriykozhusko7@gmail.com.

Григор'єв Олександр Львович (Григорьев Александр Львович, Grigoriev Alexander L'vovich) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-60-35; e-mail: kpi.mmtt@gmail.com.

Кальченко Борис Іванович (Кальченко Борис Иванович, Kalchenko Boris Ivanovich) – доктор технічних наук, професор, Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», м. Харків; тел.: (057) 707-64-64; e-mail: kabor78@ukr.net.

УДК 62-585.2

Ю. М. КУХТЕНКОВ, Є. С. КРУПА

ДО ПИТАННЯ ПРОЕКТУВАННЯ ПРОТОЧНОЇ ЧАСТИНИ КОМПЛЕКСНОГО ГІДРОТРАНСФОРМАТОРА

Комплексні гідротрансформатори поєднують найкращі властивості гідротрансформатора та гідромуфти і широко використовуються в різних областях техніки: в автомобілебудуванні, тракторобудуванні, в тепловозобудуванні; в транспортному машинобудуванні, в бурових установках для нафтогазових промислів та ін. Вони забезпечують: плавну автоматичну зміну крутного моменту і частоти обертання веденого валу, отже, і швидкості транспортних машин, а в бурових установках – збільшення механічної швидкості проходки; збільшення терміну експлуатації машин завдяки гасінням динамічних навантажень від двигуна і від трансмісії; роботу машини з кращими енергетичними показниками; підвищують надійність і роблять простішим управління машинами. Розрахунок гідротрансформатора може бути двох типів. Перший тип – розрахунок за законами подібності – перерахунок із добре діючого зразка на задані параметри – потужність N , кВт; оберти насосного колеса n , об/хв при досягненні необхідного ККД. Цей розрахунок більш швидкий за часом і гарантує швидке отримання гарних результатів; розрахунок нового гідротрансформатора, якщо не має прототипу. При цьому закладається умова забезпечення необхідної форми зовнішніх характеристик і визначення основних геометричних і кінематичних параметрів гідротрансформатора. Другий тип – це проектування нового гідротрансформатора, пов'язане з розрахунком його зовнішніх характеристик, гідродинамічним розрахунком і графічними побудовами проточної частини з використанням ЕОМ. Для реалізації завдань зазначених етапів на кафедрі гідромашин НТУ «ХПІ» створено математичну модель та пакет програм, який складається із: програми для розрахунку зовнішніх характеристик і гідродинамічного розрахунку; програми розрахунку і побудови форми проточної частини гідротрансформатора – визначення кінематичних і геометричних параметрів на середній лінії струму, підготовки даних і побудови кола циркуляції; програми профілювання лопаток робочих коліс гідротрансформатора – розрахунок геометричних і кінематичних параметрів на граничних лініях струму – побудови скелетних ліній лопаток робочих коліс на поверхні топа і чаші проточної частини; програми розрахунку профілів кінцевої товщини. Наведено опис методів побудови кола циркуляції і профілювання лопаток робочих коліс гідротрансформатора.

Ключові слова: комплексний гідротрансформатор, проточна частина, режимні параметри гідротрансформатора, математична модель, зовнішні характеристики, лопатка робочого колеса, коло циркуляції, коефіцієнт корисної дії.

Ю. М. КУХТЕНКОВ, Е. С. КРУПА

К ВОПРОСУ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ КОМПЛЕКСНОГО ГИДРОТРАНСФОРМАТОРА

Комплексные гидротрансформаторы сочетают лучшие свойства гидротрансформатора и гидромукты и широко используются в различных областях техники: в автомобилестроении, тракторостроении, в тепловозостроении; в транспортном машиностроении, в буровых установках для нефтегазовых промыслов и др. Они обеспечивают: плавную автоматическую смену крутящего момента и частоты вращения ведомого вала, следовательно, и скорости транспортных машин, а в буровых установках приводят к увеличению механической скорости проходки;

© Ю. М. Кухтенков, Е. С. Крупа, 2019